

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

نام درس: منطق ریاضی - منطق
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۶۳۲۴۸ ۲۴۱۳۴۸

۱. عبارت $A_1 \wedge \rightarrow A_p$
 - الف. ف. د. س است.
 - ب. یک جمله است
 - ج. فرمول بسیط است.
 - د. ف. د. س نیست.
۲. عبارت $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ داده شده، کدام گزینه در مورد آن صحیح است؟
 - الف. ارزش گزاره F است.
 - ب. ارزش گزاره T است.
 - ج. ارزش گزاره بستگی به ارزش A دارد.
 - د. گزاره فوق متغیر آزاد دارد.
۳. فرض کنیم $B, S \subseteq U$ مجموعه آغازین باشد. کدام مورد استقرائی بودن B را تضمین می‌کند.
 - الف. $B \subseteq S$
 - ب. هر عبارت S یک توتولوژی باشد.
 - ج. S بسته تحت عملهای واقع در Z
 - د. موارد الف و ج
۴. کدام گفته در مورد $g(f(a, f(b, b)))$ صحیح نیست؟
 - الف. در C_E است.
 - ب. در C_H
 - ج. در C^* است.
 - د. در C^* است.
۵. کدام مورد محتوی قضیه بازگشت را به درستی بیان می‌کند.
 - الف. هر نگاشت h از B در V می‌تواند به یک همریختی \bar{h} از C در V گسترش یابد.
 - ب. هر همریختی h از B در V می‌تواند به یک همریختی \bar{h} از C در V گسترش یابد.
 - ج. زیرمجموعه C از U بطور آزاد از B تحت f, g پدید می‌آید.
 - د. زیرمجموعه C از U تحت f, g بطور آزاد از B پدید نمی‌آید.
۶. کدام مورد صحیح است؟
 - الف. $\alpha \models \beta$; \sum اگر و تنها اگر $\alpha \models \beta$
 - ب. $\alpha \models \beta$; \sum اگر و تنها اگر $\alpha \leftrightarrow \beta$
 - ج. $\alpha \models \beta$; \sum اگر و تنها اگر $\alpha \rightarrow \beta$
 - د. $\alpha \models \beta$; \sum اگر و تنها اگر $\beta \models \alpha$
۷. کدامیک از مجموعه‌های زیر تمام است. (توجه کنید $(A + B = (A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B))$)
 - الف. $\{+, \leftrightarrow\}$
 - ب. $\{+, \wedge\}$
 - ج. $\{\wedge, \leftrightarrow\}$
 - د. $\{\perp, \rightarrow\}$
۸. مدار $(A_1 \wedge A_p) \vee \neg A_p$ کدام ویژگی زیر را دارد؟
 - الف. دارای دو دستگاه بوده و تأخیر آن ۲ است.
 - ب. دارای سه دستگاه بوده و تأخیر آن ۲ است.
 - ج. دارای سه دستگاه بوده و تأخیر آن ۳ است.
 - د. دارای دو دستگاه بوده و تأخیر آن ۲ است.

نام درس: منطق ریاضی - منطق
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۴۱۳۴۸ ۲۶۳۲۲۸
تعداد سئوال: ۲۰ تکمیلی ۵ تشریحی
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

۹. کدام گفته زیر برای مجموعه \sum از ف. د. س ها وزیر مجموعه دلخواه S از آن، معادل قضیه فشردگی نیست؟

الف. اگر \sum ارضا شونده باشد، S نیز ارضا شونده است و بر عکس

ب. اگر \sum ارضا شونده و S متناهی باشد، S نیز ارضا شونده است و بر عکس

ج. اگر \sum متناهی ارضا شونده و متناهی باشد، ارضا شونده نیز خواهد بود.

د. اگر \sum نامتناهی و ارضا شونده متناهی باشد، ارضا شونده نیز خواهد بود.

۱۰. کدام گزینه در باب مفهوم تصمیم پذیری صحیح است؟

الف. اگر \sum تصمیم پذیر نامتناهی باشد، مجموعه نتایج توتولوژیک آن تصمیم پذیر است.

ب. اگر \sum تصمیم پذیر باشد، و α یک عبارت دلخواه، آنگاه $\alpha \in \sum$

ج. برای مجموعه \sum متناهی، مجموعه نتایج توتولوژیک همواره تصمیم پذیر است.

د. مجموعه های نامتناهی تصمیم پذیرند.

۱۱. کدامیک از فرمولهای زیر متعلق به گروه اصول موضوع منطقی است.

الف. $(\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \neg\alpha)$

ب. $\forall x\alpha \rightarrow \alpha$

ج. $\forall x(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x\alpha \rightarrow \forall x\beta)$

د. $\alpha \rightarrow \forall x\alpha$ (α در x آزاد نیست).

۱۲. در گروه دوم اصول موضوع منطقی کدام گزینه صحیح است؟

الف. $(Qx \rightarrow \forall xPx)_y^x = (Qy \rightarrow \forall xPy)$

ب. $(Qx \rightarrow \forall xPx)_y^x = (Qy \rightarrow \forall xPx)$

ج. $(Qx \rightarrow \forall xPx)_y^x = (Qx \rightarrow \forall xPx)$

د. $(Qx \rightarrow \forall xPx)_y^x = (Qx \rightarrow \forall xPy)$

۱۳. کدام گفته صحیح نیست؟

الف. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ و x در فرمولهای Γ آزاد باشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x\varphi$

ب. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه $\Gamma \cup \Delta \vdash \varphi$

ج. اگر $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \neg\psi$ آنگاه $\Gamma \cup \{\psi\} \vdash \neg\varphi$

د. $\vdash Px \rightarrow \exists yPy$

۱۴. هرگاه مجموعه $\{\forall x\neg\varphi, \forall y\varphi\}$ را در نظر بگیریم آنگاه:

الف. $\forall x\neg\varphi \vdash \forall y\varphi$

ب. $\forall y\varphi \vdash \forall x\neg\varphi$

ج. مجموعه فوق ناسازگار است.

د. $\vdash (\forall x\neg\varphi) \wedge (\forall y\varphi)$

۱۵. عبارت $x \approx y \rightarrow x \approx x \rightarrow y \approx x$ مصداق کدامیک از اصول موضوع است؟

الف. توتولوژیها

ب. $\forall x\alpha \rightarrow \alpha_x^x$

ج. $x \approx x$

د. $x \approx y \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha')$

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکمیلی ۵
زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

نام درس: منطق ریاضی - منطق
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۴۱۳۴۸ ۲۶۳۲۴۸

۱۶. ترجمه به زبان منطق « هر عدد طبیعی غیر صفر تالی یک عدد است. » عبارت :

الف. $\forall V_1 (V_1 \approx 0 \rightarrow \exists V_p (SV_p \approx SV_1))$

ب. $\forall V_1 (V_1 \neq 0 \rightarrow \exists V_p V_p \approx SV_1)$

ج. $\forall V_1 (V_1 \neq 0 \rightarrow \exists V_p V_1 \approx SV_p)$

د. $\exists V_p (V_p \neq 0 \rightarrow \forall V_1 (V_1 \approx SV_p))$

۱۷. کدام عبارت درست نمی باشد؟

الف. هر مجموعه ارضا شدنی از فرمولها سازگار است.

ب. اگر Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است.

ج. اگر $(\psi \leftrightarrow \phi) \vdash \psi, \phi$ آنگاه ψ, ϕ بطور منطقی معادلند.

د. مجموعه $\{\phi : \Gamma \models \phi\}$ شمارش پذیر کارآمد است.

۱۸. هرگاه Σ در زبان مرتبه اول، مجموعه ای از فرمولهای درست ساخت باشد از شرایط زیر کدامیک برای معتبر بودن Σ شرط لازم است؟

الف. تصمیم پذیر بودن Σ

ج. تصمیم پذیر بودن متمم Σ

۱۹. متغیر x در فرمول بسیط α آزاد است اگر و تنها اگر:

الف. x در $\neg \alpha$ رخ دهد.

ج. x در α رخ دهد.

۲۰. کدامیک از عبارات زیر مفهوم قضیه تمامیت گودل را می رساند؟

الف. $\Gamma \models \phi \iff \Gamma \vdash \phi$

ب. $\Gamma \vdash \phi \iff \Gamma \models \phi$

ج. اگر Γ تصمیم پذیر باشد، قضایای Γ شمارش پذیر کارآمد است.

د. برای یک زبان معقول مجموعه فرمولهای درست ساخت را می توان بطور کارآمد شماره گذاری کرد.

سؤالات تشریحی

۱. قضیه یگانه خوانی را اثبات نمایند. (نشان دهید عملهای فرمولساز روی ف. د. س ها اولاً یک به یک هستند، ثانیاً بردهائی دارند که از یکدیگر و از مجموعه نمادهای جمله ای مجزا هستند.)

۲. نشان دهید :

الف) $A \rightarrow \perp$ یا $(\neg A)$ معادل توتولوژیک است.

ب) $\{\rightarrow, \perp\}$ یک مجموعه تمام است.

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی
نشریحی ۵
زمان امتحان: نستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه
نشریحی ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

نام درس: منطق ریاضی منطق
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۶۳۲۲۸ ۲۴۱۳۴۸

۳. عبارات زیر داده شده‌اند:

$$1) \quad \forall V_p (\forall V_1 (AV_1 \rightarrow \forall V_p AV_p) \rightarrow (AV_p \rightarrow \forall V_p AV_p))$$

$$2) \quad \forall V_1 \forall V_p BV_1 V_p \rightarrow \forall V_p BV_p V_p$$

کدام یک جزو گروه دوم اصول موضوع هستند. توضیح دهید.

$$4. \text{ نشان دهید } \forall x \forall y \alpha \vdash \forall y \forall x \alpha$$

۵. قضیه درستی: (نشان دهید اگر $\Gamma \vdash \phi$ ، آنگاه $\Gamma \models \phi$).