

ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌ها با رویکرد خروجی محور ورودی-

حسن فارسیجانی*، محمد حسن آرمان**، علیرضا

حسن بیگی***

اعظم جلیلی****

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک تکنیک برنامه‌ریزی خطی است که هدف اصلی آن، مقایسه و ارزیابی کارایی تعدادی از واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه است که مقدار ورودی‌های مصرفی و خروجی‌های تولیدی متفاوتی دارند. مدل‌های DEA مورد استفاده برای ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی می‌توانند از دو رویکرد مجزا استفاده کنند:

۱. کاهش میزان ورودی‌ها بدون تغییر در میزان خروجی‌ها (رویکرد ورودی - محور)
۲. افزایش میزان خروجی‌ها بدون تغییر در میزان ورودی‌ها (رویکرد خروجی - محور)

تاریخ دریافت مقاله: ۸۹/۴/۲۹، تاریخ پذیرش مقاله: ۸۹/۱۱/۳۰.

* دانشیار دانشگاه شهید بهشتی.

** استادیار دانشگاه هرمزگان (نویسنده مسئول)

*** استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تبریز.

**** دانشجو دکتری مدیریت تولید و عملیات، دانشگاه علامه طباطبائی.

کلید واژه‌ها: ارزیابی عملکرد، تحلیل پوششی داده‌ها، مدل CCR ورودی - محور، مدل CCR خروجی - محور، مدل CCR ورودی - خروجی محور.

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها، مفهومی از محاسبه ارزیابی سطوح کارایی در داخل یک گروه از سازمان را نشان می‌دهد که کارایی هر واحد در مقایسه با تعدادی از واحدها که دارای بیشترین عملکرد هستند محاسبه می‌شود [۶]. این تکنیک، مبتنی بر رویکرد برنامه‌ریزی خطی است که هدف اصلی آن، مقایسه و سنجش کارایی تعدادی از واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه است که تعداد ورودی‌های مصرفی و خروجی‌های تولیدی متفاوتی دارند. این واحدها می‌توانند شعب یک بانک، مدارس، بیمارستانها، پالایشگاهها، نیروگاه‌های برق، ادارات تحت پوشش یک وزارتخانه و یا کارخانه‌های متشابه باشند. منظور از مقایسه و سنجش کارایی نیز این است که یک واحد تصمیم‌گیرنده در مقایسه با سایر واحدهای تصمیم‌گیرنده، چقدر خوب از منابع خود در راستای تولید استفاده کرده است.

اولین مدل تحلیل پوششی داده‌ها CCR نام دارد. مبنای شکل‌گیری این مدل، تعریف کارایی به صورت نسبت یک خروجی به یک ورودی است. به عبارت دیگر، در مدل CCR برای محاسبه کارایی فنی، به جای استفاده از نسبت یک خروجی به یک ورودی، از نسبت مجموع موزون خروجی‌ها (خروجی مجازی) به مجموع موزون ورودی‌ها (ورودی مجازی) استفاده می‌شود.

در مدل‌های متعارف DEA، اصولاً سطح ورودی - خروجی کارایی واحد تحت بررسی، تحت تسلط سطوح ورودی - خروجی واحدهای مرجع قرار نمی‌گیرد و حال آنکه تحلیل رگرسیون (RA)، سطح مقایسه متغیرهای وابسته را نسبت به متغیرهای مستقل به‌رآورد می‌کند. برخی محققین از DEA و RA به صورت ترکیبی به عنوان روش ارزیابی عملکرد قیاسی استفاده

کرده‌اند که برای مطالعه بیشتر می‌توان به [۱، ۲ و ۹] رجوع کرد. همچنین می‌توان به مدل DEARA اشاره کرد که مدل CCR و روش RA را به عنوان دو مورد ویژه در برنامه‌ریزی آرمانی مورد توجه قرار می‌دهد [۵]:

$$\begin{aligned} \text{Min } E &= \sum_{j=1}^n (a_j p_j + b_j \eta_j) \\ \text{s.t. : } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &= \rho_j - \eta_j \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &= 1 \\ u_r, v_i, \rho_j, \eta_j &\geq 0 \end{aligned}$$

ρ_j و η_j ، به ترتیب، بیانگر اختلاف مثبت و منفی بین خروجی وزین واحد j ام و ورودی وزین واحد j ام است. همچنین a_j و b_j نیز ضرائب وزنی ρ_j و η_j هستند. مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه شده در این بخش را که از ترکیب DEA و RA حاصل می‌شود، DEARA می‌نامند. در این مدل، اندازه کارایی واحد تحت بررسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} = \rho_o - \eta_o + \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 + \rho_o - \eta_o$$

در این مقاله، مدل CCR به گونه‌ای توسعه داده شده است که در آن، سطح ورودی - خروجی کارایی واحد مورد بررسی، تحت تسلط سطوح ورودی - خروجی واحدهای مرجع قرار گیرد. مبنای توسعه این مدل، کاهش ورودی‌ها و همزمانی با آن، افزایش خروجی‌های واحد تحت بررسی است (رویکرد ورودی - خروجی محور).

ادبیات تحقیق مدل CCR

مدل CCR، اولین مدل تحلیل پوششی داده‌ها است که متشکل از حروف آغازین مبدعین آن (چارلز

کوپر، رودز) است [۴]. در این مدل برای تعیین بالاترین نسبت کارایی و دخالت دادن میزان نهاده‌ها و ستاده‌های سایر واحدهای تصمیم‌گیرنده در تعیین اوزان بهینه برای واحد تحت بررسی، مدل پایه زیر پیشنهاد شد:

$$\begin{aligned} \text{Max : } & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \\ \text{s.t.} & \\ & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ & v_i, u_r \geq 0 \end{aligned}$$

CCR مدل برنامه‌ریزی کسری

مدل برنامه‌ریزی کسری فوق به مدل کسری CCR معروف است که در آن: u_r ، وزن ستاده r ؛ v_i وزن نهاده i ؛ o ، اندیس واحد تصمیم‌گیرنده تحت بررسی است ($o \in \{1, 2, \dots, n\}$). x_{io} و y_{ro} نیز، به ترتیب، مقادیر ستاده r و نهاده i برای واحد تحت بررسی (واحد o) هستند. همچنین y_{rj} و x_{ij} نیز، به ترتیب، مقادیر ستاده r و مقدار نهاده i برای واحد j هستند. S ، تعداد ستاده‌ها؛ m ، تعداد نهاده‌ها؛ و n نیز بیانگر تعداد واحدهاست. توجه داشته باشید که تعریف کارایی در مدل کسری CCR عبارتست از "حاصل تقسیم ترکیب وزنی ستاده‌ها بر ترکیب وزنی نهاده‌ها".

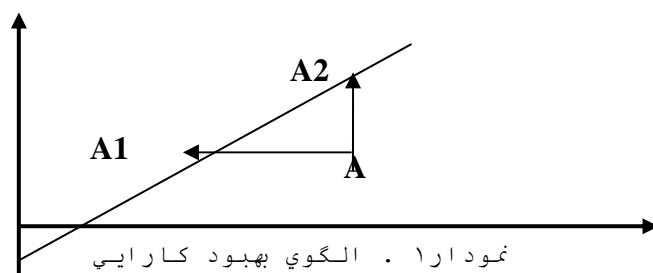
دیدگاه‌های ورودی - محور و خروجی - محور در حل مدل‌های CCR

در مدل‌های DEA، راهکار بهبود واحدهای ناکارا، رسیدن به مرز کارایی است. مرز کارایی، متشکل از واحدهایی با اندازه کارایی ۱ است. به طور کلی، دو نوع راهکار برای بهبود واحدهای غیرکارا و رسیدن آنها به مرز کارایی وجود دارد: [3]

الف - کاهش نهاده‌ها بدون کاهش ستاده‌ها تا زمان رسیدن به واحدی بر روی مرز کارایی (این نگرش را ماهیت نهاده‌ای بهبود عملکرد یا سنجش کارایی با ماهیت ورودی - محور می‌نامند).

ب- افزایش ستاده‌ها تا زمان رسیدن به واحدی بر روی مرز کارایی بدون جذب نهاده‌های بیشتر (این نگرش را ماهیت ستاده‌ای بهبود عملکرد یا سنجش کارایی با ماهیت خروجی - محور می‌نامند).

این دو الگوی بهبود کارایی در نمودار ۱ نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشخص است، واحد A ناکاراست. A1 بهبودیافته آن با ماهیت ورودی - محور (نهاده‌ای) و A2، نسخه بهبودیافته آن با ماهیت خروجی - محور (ستاده‌ای) است.



در مدل‌های تحلیلی پوششی داده‌ها با دیدگاه ورودی - محور، به دنبال دستیابی به نسبت ناکارایی فنی هستیم که بایستی در ورودی‌ها کاهش داده شود تا بدون تغییر در میزان خروجی‌ها، واحد در مرز کارایی قرار گیرد. اما در دیدگاه خروجی - محور، به دنبال نسبی هستیم که بایستی خروجی‌ها افزایش یابند تا بدون تغییر در میزان

ورودی‌ها، واحد به مرز کارایی برسد. با پیشنهاد چارنز و کوپر، با اعمال محدودیت

$$\sum_{i=1}^m V_i x_{i_0} = 1$$

در مدل برنامه‌ریزی کسری CCR، این مدل به مدل برنامه‌ریزی خطی زیر تبدیل شد:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{r_0} \\ & \text{s.t.} : \sum_{i=1}^m V_i x_{i_0} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ & u_r \geq 0 \quad v_i \geq 0 \end{aligned}$$

CCR.I مدل مضربی

مدل تعیین کارایی فوق، به مدل مضربی CCR ورودی - محور (CCR.I) معروف است. اما برای تبدیل مدل کسری CCR به یک مدل برنامه‌ریزی خطی می‌توان از روش دیگری نیز استفاده کرد. در این روش با اعمال محدودیت $\sum_{r=1}^s u_r y_{r_0} = 1$ ، مدل برنامه‌ریزی کسری CCR به مدل برنامه‌ریزی خطی زیر تبدیل می‌شود که بیانگر مدل مضربی CCR خروجی - محور (CCR.O) است:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{i=1}^m V_i x_{i_0} \\ & \text{s.t.} \sum_{r=1}^s u_r y_{r_0} = 1 \end{aligned}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0 \quad v_i \geq 0$$

CCR.O مدل مضربی

رتبه‌بندی واحدهای کارا

مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها، به دلیل نبود رتبه‌بندی کامل بین واحدهای کارا، امکان مقایسه واحدهای کارا با یکدیگر را فراهم نمی‌آورند. به عبارت دیگر، این مدل‌ها واحدهای تحت بررسی را به دو گروه "واحدهای کارا" و "واحدهای ناکارا" تقسیم می‌کنند. واحدهای ناکارا با کسب امتیاز کارایی، قابل رتبه‌بندی هستند، اما واحدهای کارا به دلیل اینکه دارای امتیاز کارایی برابر (کارایی واحد) هستند، قابل رتبه‌بندی نیستند. لذا برخی از محققین، روش‌هایی را برای رتبه‌بندی این واحدهای کارا پیشنهاد کرده‌اند که از معروفترین آنها می‌توان به مدل AP و روش کارایی متقابل اشاره کرد. در مدل اندرسون - پیترسون (مدل AP)، محدودیت متناظر با واحد تحت بررسی، از ارزیابی حذف می‌شود. این محدودیت سبب می‌شود که حداکثر مقدار تابع هدف، یک باشد. با حذف این محدودیت، کارایی واحد تحت بررسی می‌تواند بیشتر از ۱ باشد [7]. اما گاهی مدل AP با یک مشکل اساسی رو به رو می‌شود. به عبارت دیگر، با حذف بعضی از واحدها، مقدار بهینه تابع هدف، بسیار بزرگ می‌شود، به طوری که از نظر علمی نمی‌توان آن را در رتبه‌بندی اعمال کرد. در واقع، چنین واحدهایی از مقادیر کوچک ورودی یا خروجی برخوردار هستند که حذف آنها منجر به ناپایداری مدل می‌شود.

روش دیگری که برای رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیرنده به کار می‌رود، کارایی متقابل نام دارد. در تحلیل پوششی داده‌ها، ضرایب مطلوب برای خروجی‌ها و ورودی‌ها از واحدی به واحد

دیگر فرق می‌کنند، زیرا هر بار مدل برای یکی از واحدها حل می‌شود و به آن واحد اجازه داده می‌شود با رعایت محدودیت‌هایی که محصول عملکرد سایر واحدها هستند، بهترین مجموعه وزن‌های مطلوب را برای خود برگزینند، به گونه‌ای که نسبت جمع وزنی خروجی‌ها به جمع وزنی ورودی‌ها بیشینه گردد. این فرایند n بار و هر بار برای یکی از واحدها تکرار می‌شود. لذا وزن‌های به دست آمده را نمی‌توان مقایسه کرد. در اینجا بود که محققین بر آن شدند یک مجموعه وزن منحصر به فرد برای تمام واحدهای تحت ارزیابی به دست آورند که با استفاده از آنها بتوان تمام واحدها را به طور کامل از کاراترین تا ناکاراترین رتبه‌بندی کرد. سکستون و همکاران در ۱۹۸۶ برای اولین بار، ماتریس ارزیابی متقابل را ارائه کردند [8] که در روش کارایی متقابل از آن استفاده شده است.

بـ CCR.IO

ارائه مدل CCR رویکرد ورودی - خروجی محور (

در این بخش، هدف عبارتست از ارائه مدلی که برای بهبود عملکرد واحدهای ناکار، هر دو ماهیت ورودی محور و خروجی محور را توأم داشته باشد. به عبارت دیگر، هدف عبارتست از ارائه مدلی که کاهش ورودی‌ها و افزایش خروجی‌ها را به صورت همزمان به عنوان راهکار بهبود کارایی واحدهای ناکار پیشنهاد کند. دو رویکرد متعارف ورودی - محور و خروجی - محور در مدل CCR، برگرفته از تعریف کارایی در مدل کسری CCR به صورت "نسبت ترکیب وزنی خروجی‌ها به ترکیب وزنی ورودی‌ها" هستند. اما در رویکرد ورودی - خروجی محور در مدل CCR، مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده از حجم تبدیل ورودی‌های چندگانه به خروجی‌های چندگانه (تفاضل ترکیب وزنی ورودی‌های هر واحد از ترکیب وزنی خروجی‌های آن واحد) صورت می‌پذیرد. مدل CCR ورودی - خروجی محور به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{m}$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq m$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, m \geq 0$$

در این مدل، اندازه کارایی واحد تحت

بررسی از رابطه $\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{m}$ به دست می‌آید که

در آن: o ، اندیس واحد تصمیم گیرنده تحت بررسی و متغیر m نیز بیانگر بیشترین مقدار حاصل از تفاضل ترکیب وزنی خروجی‌ها منهای ترکیب وزنی ورودی‌ها در بین n واحد تصمیم‌گیرنده است. به عبارت دیگر، می‌توان بیان کرد که اندازه کارایی واحد تحت بررسی برابر است با:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^m v_i x_{io}}{\max \left\{ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right\}}, j = 1, 2, \dots, n$$

از آنجا که مدل ارائه شده در بالا غیر خطی است، برای تبدیل آن به یک مدل برنامه‌ریزی خطی می‌بایست تمهیداتی اندیشیده شود. برای این منظور، دو طرف محدودیتهای این مدل را بر متغیر مثبت m تقسیم می‌کنیم تا مدل به صورت زیر تغییر یابد:

$$\text{Max} \sum_{r=1}^s \frac{u_r}{m} y_{ro} - \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{m} x_{io}$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s \frac{u_r}{m} y_{rj} - \sum_{i=1}^m \frac{v_i}{m} x_{ij} \leq 1$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, m \geq 0$$

حال در این مدل جدید، دو تغییر متغیر به

صورت $u'_r = \frac{u_r}{m}$ و $v'_i = \frac{v_i}{m}$ اعمال می‌کنیم. در این صورت، مدل برنامه‌ریزی غیرخطی CCR.IO به مدل برنامه‌ریزی خطی CCR.IO به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$Max \sum_{r=1}^s u'_r y_{ro} - \sum_{i=1}^m v'_i x_{io}$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s u'_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v'_i x_{ij} \leq 1$$

$$u'_r \geq 0, v'_i \geq 0$$

CCR.IO مدل برنامه‌ریزی خطی

نکته: با توجه به دو مدل برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی CCR.IO، ملاحظه می‌شود که با گذاشتن عدد ۱ به جای متغیر m در مدل برنامه‌ریزی غیرخطی CCR.IO می‌توان به مدل برنامه‌ریزی خطی CCR.IO دست یافت. به عبارت دیگر، کافی است در مدل برنامه‌ریزی غیرخطی CCR.IO فرض شود بیشترین مقدار حاصل از تفاضل ترکیب وزنی ورودی‌ها از ترکیب وزنی خروجی‌ها که واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌توانند اخذ کنند، برابر با یک است. در این صورت، مقدار تابع هدف نیز نشان‌دهنده اندازه کارایی حاصل از مدل CCR.IO است. در ادامه برای روشن شدن این مدل، از یک مثال عددی استفاده شده است که در آن، کارایی چند واحد تصمیم‌گیرنده با استفاده از مدل CCR و با توجه به سه رویکرد ذکر شده در این مقاله، محاسبه و سپس با هم مقایسه شده است.

به کارگیری رویکردهای متفاوت مدل CCR در

ارزیابی کارایی شعب یک بانک

محاسبه اندازه کارایی و رتبه‌بندی کامل شعب یک بانک با سه رویکرد متفاوت در این بخش، کارایی ۳۴ شعبه یک بانک را با استفاده از مدل

CCR و سه رویکرد متفاوت و مقایسه نتایج حاصل از این سه رویکرد ارزیابی می‌کنیم. برای ارزیابی کارایی شعب این بانک از سه ورودی انواع هزینه (x_1) ، تعداد پرسنل (x_2) ، و تعداد تجهیزات (x_3) و چهار خروجی میزان درآمد (y_1) ، میزان سپرده‌ها (y_2) ، میزان تسهیلات (y_3) و تعداد خدمات بانکی (y_4) استفاده می‌شود. پس از ورود این اطلاعات به مدل CCR، اندازه کارایی هر شعبه در هر یک از رویکردهای سه‌گانه مشخص می‌شود. همچنین رتبه‌بندی شعب کارا در دو مدل CCR ورودی - محور و CCR خروجی - محور با استفاده از مدل اندرسون - پیترسون صورت می‌گیرد. اما با توجه به اینکه با حذف بعضی از شعب کارا در مدل CCR ورودی - خروجی محور، مقدار بهینه تابع هدف این شعب، بسیار بزرگ می‌شد، به طوری که از نظر علمی قابلیت رتبه‌بندی شدن نداشتند، لذا برای رتبه‌بندی شعب کارا در مدل CCR ورودی - خروجی محور، به جای استفاده از مدل اندرسون - پیترسون، از روش کارایی متقابل استفاده می‌شود. در جدول یک، اندازه کارایی هر شعبه و رتبه‌بندی کامل آنها نشان داده شده است.

جدول ۱. اندازه کارایی و رتبه بندی کامل واحدها با سه رویکرد متفاوت

شماره شعب	CCR.O مدل			CCR.I مدل			CCR.IO مدل		
	رتبه بندی کامل شعب	میزان کارایی شعب	اندازه کارایی شعب	رتبه بندی کامل شعب	میزان کارایی شعب	اندازه کارایی شعب	رتبه بندی کامل شعب	میزان کارایی شعب	اندازه کارایی شعب
۱	۲۵	۰/۳۷۸۷۶	۲۲	۰/۷۴۳۱	۲۲	۰/۷۴۳۱	۲۲	۰/۷۴۳۱	۲۲
۲	۲۴	۰/۴۰۶۸۳	۲۵	۰/۶۷۴	۲۵	۰/۶۷۴	۲۵	۰/۶۷۴	۲۵
۳	۲۶	۰/۳۷۳۹۸	۱۴	۰/۹۲۴۳	۱۴	۰/۹۲۴۳	۱۴	۰/۹۲۴۳	۱۴
۴	۳۴	۰/۱۵۶۹	۳۴	۰/۴۸۴	۳۴	۰/۴۸۴	۳۴	۰/۴۸۴	۳۴
۵	۸	۰/۴۹۲	۱	۰/۰۹۸	۱۳	۰/۰۹۸	۱	۰/۴۹۲	۱
۶	۵	۰/۶۳۳	۱	۰/۳۰۷	۷	۰/۳۰۷	۱	۰/۶۳۳	۱
۷	۲۹	۰/۳۲۰۲۸	۳۳	۰/۵۹۳۳	۳۳	۰/۵۹۳۳	۳۳	۰/۳۲۰۲۸	۳۳
۸	۱۹	۰/۵۴۴۹۸	۱۵	۰/۸۸۱۷	۱۵	۰/۸۸۱۷	۱۵	۰/۵۴۴۹۸	۱۵
۹	۷	۰/۵۲۵	۱	۰/۲۶۴	۹	۰/۲۶۴	۱	۰/۵۲۵	۱
۱۰	۹	۰/۴۷۹	۱	۰/۶۸۶	۳	۰/۶۸۶	۱	۰/۴۷۹	۱
۱۱	۱۱	۰/۰۱۶	۱	۰/۱۹۰	۱۲	۰/۱۹۰	۱	۰/۰۱۶	۱
۱۲	۲۰	۰/۴۸۵۶۸	۲۴	۰/۷۲۱۳	۲۴	۰/۷۲۱۳	۲۴	۰/۴۸۵۶۸	۲۴
۱۳	۳۰	۰/۲۹۹۶۷	۳۲	۰/۵۹۷۱۸	۳۲	۰/۵۹۷۱۸	۳۲	۰/۲۹۹۶۷	۳۲
۱۴	۱۲	۰/۲۵۱	۱	۰/۳۲۴	۵	۰/۳۲۴	۱	۰/۲۵۱	۱
۱۵	۲۳	۰/۴۱۳۰۷	۲۳	۰/۷۳۰۵	۲۳	۰/۷۳۰۵	۲۳	۰/۴۱۳۰۷	۲۳
۱۶	۱۶	۰/۷۶۳۱۳	۱۶	۰/۸۷۵۶	۱۶	۰/۸۷۵۶	۱۶	۰/۷۶۳۱۳	۱۶
۱۷	۳۲	۰/۲۴۴۶۸	۳۰	۰/۶۲۵۱۱	۳۰	۰/۶۲۵۱۱	۳۰	۰/۲۴۴۶۸	۳۰
۱۸	۱۸	۰/۶۳۳۵۲	۱۸	۰/۸۰۲۳۲	۱۸	۰/۸۰۲۳۲	۱۸	۰/۶۳۳۵۲	۱۸
۱۹	۲۸	۰/۳۳۸۶۸	۲۸	۰/۶۷۱۲۹	۲۸	۰/۶۷۱۲۹	۲۸	۰/۳۳۸۶۸	۲۸
۲۰	۶	۰/۶۱۲	۱	۰/۲۳۰	۱۰	۰/۲۳۰	۱	۰/۶۱۲	۱
۲۱	۲۲	۰/۴۳۸۴	۲۷	۰/۶۷۱۵۴	۲۷	۰/۶۷۱۵۴	۲۷	۰/۴۳۸۴	۲۷
۲۲	۳	۰/۷۲۳	۱	۰/۲۰۱	۱۱	۰/۲۰۱	۱	۰/۷۲۳	۱
۲۳	۱۴	۰/۷۹۷۸	۱۷	۰/۸۲۵۴	۱۷	۰/۸۲۵۴	۱۷	۰/۷۹۷۸	۱۷

۲۴	۱	۱/۸۸۷	۲	۱	/۸۸۷ ۱	۲	۱	۰/۷۹۹	۲
۲۵	۱	۱/۳۱۶	۶	۱	/۳۱۶ ۱	۶	۱	۰/۹۵۸	۱
۲۶	۷۹۸۳ ۰/۸		۱۹	۰/۷۹۸۳۸		۱۹	۰/۶۳۸۷		۱۷
۲۷	/۶۲۲ ۰		۳۱	۰/۶۲۲		۳۱	۰/۴۶۷۳		۲۱
۲۸	۱	۱/۳۵۷	۴	۱	/۳۵۷ ۱	۴	۱	-۱/۰۳	۱۳
۲۹	۱	۱/۲۷۴	۸	۱	/۲۷۴ ۱	۸	۱	۰/۴۱۴	۱۰
۳۰	۷۵۸۹ ۰/۷		۲۱	۰/۷۵۸۹۷		۲۱	۰/۱۸۶۴		۳۳
۳۱	۶۶۶۹ ۰/۷		۲۹	۰/۶۶۶۹۷		۲۹	۰/۳۷۲۳۸		۲۷
۳۲	۷۸۴۵ ۰/		۲۰	۰/۷۸۴۵		۲۰	۰/۷۸۱۲		۱۵
۳۳	۶۷۱۵ ۰/۵		۲۶	۰/۶۷۱۵۵		۲۶	۰/۲۵۱۳۶		۳۱
۳۴	۱	۳/۲۲۹	۱	۱	/۲۲۹ ۳	۱	۱	۰/۷۰۳	۴
میانگ ین کارایی ی شعب	۸۵۶۴ ۰/			۰/۸۵۶۴			۰/۶۵۵۶		
۱۸	۸۰۲۳ ۰/۲		۱۸	۰/۸۰۲۳۲		۱۸	۰/۶۳۳۵۲		۱۸
۱۹	۶۷۱۲ ۰/۹		۲۸	۰/۶۷۱۲۹		۲۸	۰/۳۳۸۶۸		۲۸
۲۰	۱	۱/۲۳۰	۱۰	۱	/۲۳۰ ۱	۱۰	۱	۰/۶۱۲	۶
۲۱	۶۷۱۵ ۰/۴		۲۷	۰/۶۷۱۵۴		۲۷	۰/۴۳۸۴		۲۲
۲۲	۱	۱/۲۰۱	۱۱	۱	/۲۰۱ ۱	۱۱	۱	۰/۷۲۳	۳
۲۳	۸۲۵۴ ۰/		۱۷	۰/۸۲۵۴		۱۷	۰/۷۹۷۸		۱۴
۲۴	۱	۱/۸۸۷	۲	۱	/۸۸۷ ۱	۲	۱	۰/۷۹۹	۲
۲۵	۱	۱/۳۱۶	۶	۱	/۳۱۶ ۱	۶	۱	۰/۹۵۸	۱
۲۶	۷۹۸۳ ۰/۸		۱۹	۰/۷۹۸۳۸		۱۹	۰/۶۳۸۷		۱۷
۲۷	/۶۲۲ ۰		۳۱	۰/۶۲۲		۳۱	۰/۴۶۷۳		۲۱
۲۸	۱	۱/۳۵۷	۴	۱	/۳۵۷ ۱	۴	۱	-۱/۰۳	۱۳
۲۹	۱	۱/۲۷۴	۸	۱	/۲۷۴ ۱	۸	۱	۰/۴۱۴	۱۰
۳۰	۷۵۸۹ ۰/۷		۲۱	۰/۷۵۸۹۷		۲۱	۰/۱۸۶۴		۳۳
۳۱	۶۶۶۹ ۰/۷		۲۹	۰/۶۶۶۹۷		۲۹	۰/۳۷۲۳۸		۲۷
۳۲	۷۸۴۵ ۰/		۲۰	۰/۷۸۴۵		۲۰	۰/۷۸۱۲		۱۵
۳۳	۶۷۱۵ ۰/۵		۲۶	۰/۶۷۱۵۵		۲۶	۰/۲۵۱۳۶		۳۱
۳۴	۱	۳/۲۲۹	۱	۱	/۲۲۹ ۳	۱	۱	۰/۷۰۳	۴
میانگ ین کارایی ی شعب	۸۵۶۴ ۰/			۰/۸۵۶۴			۰/۶۵۵۶		

همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، شعب کارا در هر سه رویکرد مدل CCR، یکسان و تعداد آنها ۱۳ شعبه است (تقریباً ۳۸٪ شعب، کارا تشخیص داده شده‌اند)، اما متوسط کارایی محاسبه شده کل شعب در دو رویکرد ورودی - محور و خروجی - محور، ۰/۸۵۶۴ بود، در حالی که متوسط کارایی محاسبه شده کل شعب در رویکرد ورودی - خروجی محور، ۰/۶۵۵۶ (کمتر از دو رویکرد دیگر بود).

میزان همبستگی رتبه‌بندی و کارایی به‌دست آمده با سه رویکرد متفاوت

با توجه به نتایج مندرج در جدول ۱ ملاحظه می‌گردد که اندازه کارایی و رتبه‌بندی شعب در دو رویکرد ورودی - محور و خروجی - محور مدل CCR، کاملاً برابر است، اما در رویکرد ورودی - خروجی محور مدل CCR، اندازه کارایی و رتبه‌بندی شعب، با دو رویکرد دیگر، متفاوت است. در این تحقیق، برای بررسی میزان همبستگی اندازه کارایی‌های به‌دست آمده از رویکرد ورودی - خروجی محور مدل CCR و اندازه کارایی‌های به‌دست آمده از دو رویکرد متعارف مدل CCR، از ضریب همبستگی پیرسون در فرمول زیر استفاده شد. ضریب همبستگی به‌دست آمده، ۰/۹۲۴۸ است.

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

با توجه به بالا بودن این میزان همبستگی می‌توان نتیجه گرفت که بین اندازه کارایی‌های به‌دست آمده از رویکرد ورودی - خروجی محور مدل CCR و اندازه کارایی‌های به‌دست آمده از دو رویکرد متعارف مدل CCR، همبستگی زیادی وجود دارد.

همچنین برای بررسی میزان همبستگی بین رتبه شعب بانک در رویکرد ورودی - خروجی محور مدل CCR و رتبه این شعب در دو رویکرد متعارف مدل CCR،

از ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن در فرمول زیر استفاده شد (در این فرمول، d_i و n ، به ترتیب، عبارتند از تفاضل رتبه واحد i ام در دو روش متفاوت و تعداد شعب مورد ارزیابی):

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

میزان این همبستگی، $0/۸۶۸$ بود که نشان‌دهنده همبستگی نسبتاً بالا بین رتبه‌بندی حاصل از رویکرد ارائه شده در این مقاله و رتبه‌بندی حاصل از رویکردهای متعارف مدل CCR است. با این حال، رتبه برخی شعب در این رویکرد جدید، تغییر قابل توجهی کرده است که از جمله می‌توان به شعبه شماره ۳ اشاره کرد که در رویکردهای متعارف مدل CCR، رتبه ۱۴ و در رویکرد ورودی - خروجی محور مدل CCR، رتبه ۲۶ را به دست آورده است.

تعیین میزان مطلوب شاخص‌ها برای شعب ناکارا با سه رویکرد متفاوت

همان‌طور که پیشتر ذکر گردید، در این تحقیق برای سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، از مدل CCR با سه رویکرد متفاوت استفاده شده است. بعد از اجرای مدل و مشخص شدن شعب کارا و ناکارا، راهکارهایی برای بهبود کارایی شعب ناکارا ارائه گردیده است. شعب ناکارا آنهایی هستند که میزان کارایی آنها کمتر از ۱ است. برای بهبود کارایی این شعب می‌بایست تغییراتی در اندازه ورودی‌ها یا خروجی‌های آنها داده شود. در مدل CCR ورودی - محور، راهکار بهبود کارایی یک واحد ناکارا عبارتست از کاهش ورودی‌های آن واحد (بدون تغییر در اندازه خروجی‌ها) و در مدل CCR خروجی - محور، راهکار بهبود کارایی یک واحد ناکارا عبارتست از افزایش خروجی‌های آن واحد (بدون تغییر در اندازه ورودی‌ها). حال آنکه در مدل CCR ورودی - خروجی محور، راهکار بهبود

کارایی یک واحد ناکارا کاهش ورودی‌های آن واحد و همزمانی با آن، افزایش خروجی‌های آن. در جدول زیر، شعب ناکارا و راهکارهای بهبود کارایی آنها با سه رویکرد متفاوت، به صورت تغییر در اندازه ورودی‌ها و خروجی‌های هر شعبه (بر حسب درصد) ارائه گردیده است.

جدول ۲. تعیین میزان مطلوب شاخص‌ها برای شعب ناکارا با سه رویکرد متفاوت
(به صورت درصد تغییر در مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌های هر شعبه)

شعب ناکارا	مدل‌های بهبود کارایی	خروجی‌ها				ورودی‌ها		
		خروج ی ۱	خروج ی ۲	خروج ی ۳	خروج ی ۴	ورود ی ۱	ورود ی ۲	ورود ی ۳
۱	CCR.I					۲۵/۷ -	۵۱/۴ -	۴۵/۳ -
	CCR.O	۳۴/۶	۳۴/۶	۳۴/۶	۳۴/۶			
	CCR.IO	۱۵	۰	۰	۰	۰	۴۹/۳ -	۴۳/۴ -
۲	CCR.I					۳۲/۹ -	۳۲/۶ -	۳۲/۶ -
	CCR.O	۴۸/۴	۴۸/۴	۴۸/۴	۱۷۷, ۴			
	CCR.IO	۰	۰	۰	۲/۵	۰	۳۲/۵ -	۱۵/۱ -
۳	CCR.I					-۷/۶	-۳/۷	۴۰/۸ -
	CCR.O	۸/۲	۸/۲	۸/۲	۸۹/۶			
	CCR.IO	۰	۰	۰	۰	۰	-۳/۳	-۱۹
۴	CCR.I					۵۱/۶ -	۵۱/۶ -	۵۵/۱ -
	CCR.O	/۷ ۱۰۶	/۴ ۲۴۱	/۷ ۲۵۵	/۶ ۱۰۶			
	CCR.IO	۰	۰	۲/۷	۰	۰	۵۹/۵ -	۷۳/۶ -

۷	CCR.I					۴۰/۷ -	۴۰/۷ -	۴۴/۷ -
	CCR.O	۶۸/۶	۶۸/۶	۶۸/۶	۶۸/۶			
	CCR.IO	۲/۸	-۳۴	۵۳/۸ -
۸	CCR.I					۱۱/۸ -	۲۶/۵ -	۴۰/۷ -
	CCR.O	۱۳/۴	۱۳/۴	۱۳/۴	۱۳/۴			
	CCR.IO	۲۴/۷ -	۲۷/۵ -
۱۲	CCR.I					۲۷/۹ -	۲۷/۹ -	۴۵/۹ -
	CCR.O	۳۸/۶	/۶ ۱۱۳	۸۸/۲	۳۸/۶			
	CCR.IO	۴۰/۵ -	۴۵/۹ -
۱۳	CCR.I					۴۰/۳ -	۵۰/۱ -	-۵۲
	CCR.O	۶۷/۵	۶۷/۵	/۳ ۱۹۷	۶۷/۵			
	CCR.IO	۴۲/۶	.	۴۴/۶	.	.	۴۳/۸ -	۴۹/۵ -
۱۵	CCR.I					-۲۷	-۲۷	۳۴/۴ -
	CCR.O	۳۶/۹	۳۶/۹	۳۶/۹	۳۶/۹			
	CCR.IO	۲۶/۷ -	۲۰/۷ -
۱۶	CCR.I					۱۲/۴ -	۱۶/۸ -	۱۲/۴ -
	CCR.O	۱۴/۲	۱۴/۲	۱۴/۲	۱۶۶			
	CCR.IO	.	.	.	۲۳/۳	.	۱۷/۶ -	.
۱۷	CCR.I					۳۷/۵ -	۵۰/۲ -	۳۷/۵ -
	CCR.O	۱۴۰۸	۶۰	۶/۶۶	۶۰			
	CCR.IO	۱۳۳۸	۴۱/۶ -	۲۳/۳ -
۱۸	CCR.I					۱۹,۸ -	۱۹,۸ -	۲۹,۸ -
	CCR.O	۲۴/۶	۲۴/۶	۲۴/۶	۹۶/۴			
	CCR.IO	.	۴۹/۱	.	۶۴/۴	.	-۲/۹	۳۱/۵ -
۱۹	CCR.I					۳۲/۹ -	۳۸/۳ -	۶۶/۷ -
	CCR.O	۸۲/۳	۴۹	/۸ ۱۱۲	۴۹			
	CCR.IO	۵۵/۹	.	۳۲/۴	.	.	۳۳/۴ -	۶۶/۸ -
۲۱	CCR.I					۳۲/۸ -	۳۲/۸ -	-۵۲
	CCR.O	۴۸/۹	/۱ ۱۶۴	۴۸/۹	۷۰۷۰ ۹			

	CCR.IO	.	/۱ ۱۰۶	.	۲۷۶۵ ۵	.	۱۹/۳ -	۵۲/۱ -
۲۳	CCR.I					۱۷/۵ -	۱۷/۵ -	۱۷/۵ -
	CCR.O	۲۱/۲	۲۱/۲	۲۱/۲	۳۹/۱			
	CCR.IO	-۲۴	-۸,۶	
۲۶	CCR.I					۲۰/۲ -	۲۰/۲ -	۳۴/۵ -
	CCR.O	۲۵/۳	۲۵/۳	۲۵/۳	۲۵/۳			
	CCR.IO	۱۷/۸ -	۳۳/۸ -	
۲۷	CCR.I					۳۷/۸ -	۳۷/۸ -	۴۲/۸ -
	CCR.O	۶۰/۸	۶۰/۸	۶۰/۸	۶۰/۸			
	CCR.IO	۰/۸	.	.	.	۲۴/۳ -	۴۹/۳ -	
۳۰	CCR.I					۲۴/۱ -	۲۴/۲ -	۶۰/۳ -
	CCR.O	۳۱/۸	۳۱/۸	۵۶/۹	۳۱/۸			
	CCR.IO	.	۵/۸	.	.	۲۳/۶ -	۶۱/۹ -	
۳۱	CCR.I					۳۳/۳ -	۳۳/۳ -	۴۹/۷ -
	CCR.O	۴۹/۹	۴۹/۹	۴۹/۹	/۹ ۵۷۰			
	CCR.IO	.	.	.	/۲ ۱۱۲	۴۲/۵ -	۵۱/۹ -	
۳۲	CCR.I					-۲۵	۲۱/۵ -	۳۷/۵ -
	CCR.O	۲۷/۵	۲۷/۵	۸۱/۳	۲۷/۵			
	CCR.IO	۲/۱	.	۳۵/۹	.	۰ -۷	۴۳/۹ -	
۳۳	CCR.I					۳۲/۹ -	۳۲/۹ -	۳۲/۹ -
	CCR.O	۴۸/۹	۴۸/۹	۴۸/۹	/۷ ۱۹۲			
	CCR.IO	.	.	.	۳۱/۸	۲۹/۴ -	۲۵/۷ -	
میان گین	CCR.I					۲۸/۱ -	۳۱/۲ -	۴۱/۱ -
	CCR.O	/۹ ۱۰۷	۵۷/۶	۶۴/۹	/۱ ۳۴۶۰			
	CCR.IO	۶۹/۴	۷/۷	۵/۵	/۱ ۱۳۲۸	۰	۲۸/۴ -	۳۸/۳ -

در جدول فوق برای بهبود کارایی هر شعبه ناکاراء، سه راه حل متفاوت ارائه گردیده است. سطرهای اول تا سوم در مقابل هر شعبه ناکاراء، به ترتیب، نشان‌دهنده میزان تغییر در ورودی‌ها

یا خروجی‌های فعلی آن شعبه بر حسب درصد و با سه رویکرد متفاوت در مدل CCR برای بهبود کارایی آن شعبه است. برای نمونه، به شعبه شماره ۳۳ توجه کنید. این شعبه برای بهبود کارایی می‌بایست یکی از راه‌های زیر را اتخاذ کند: - کاهش هر سه ورودی فعلی این شعبه به میزان ۳۲/۹ درصد (بهبود کارایی با مدل CCR ورودی - محور)

- افزایش سه خروجی اول این شعبه به میزان ۴۸/۹ درصد و همچنین افزایش خروجی چهارم به میزان ۱۹۲/۷ درصد (بهبود کارایی با مدل CCR خروجی - محور)

- افزایش خروجی چهارم این شعبه به میزان ۳۱/۸ درصد و کاهش ورودی‌های دوم و سوم این شعبه، به ترتیب، به میزان ۲۹/۴ و ۲۵/۷ درصد (بهبود کارایی با مدل CCR ورودی - خروجی محور)

انتخاب هر یک از سه دیدگاه فوق، به تمایل و همچنین میزان کنترل مدیر بر هر یک از ورودی‌ها یا خروجی‌ها بستگی دارد. اگر مدیر، هیچ کنترلی بر خروجی‌ها نداشته و میزان آنها از قبل، مشخص و ثابت باشد، کاهش میزان ورودی‌ها دیدگاه مدیر قلمداد می‌شود و مدل به صورت ورودی - محور حل می‌گردد. حال در صورتی که مدیر، هیچ کنترلی بر ورودی‌ها نداشته و مقدار آنها از قبل، مشخص و ثابت باشد، دیدگاه مدیر، افزایش میزان خروجی‌هاست و مدل به صورت خروجی - محور حل می‌گردد. اما اگر مدیر، توانایی کنترل هم بر ورودی‌ها و هم بر خروجی‌ها را داشته باشد، کاهش میزان ورودی‌ها و همزمان با آن، افزایش میزان خروجی‌ها می‌تواند به عنوان دیدگاه مدیر قلمداد شود.

همچنین در جدول فوق، میانگین تغییر در مقادیر هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌ها در رویکردهای متفاوت ارائه شده است. این تغییرات، به صورت کاهش ورودی‌ها یا افزایش خروجی‌ها برای بهبود کارایی واحدهای ناکاراست. همانطور که ملاحظه می‌شود، میانگین تغییرات هر یک از ورودی‌ها

یا خروجی‌ها در رویکرد ورودی- خروجی محور، نسبت به دو رویکرد دیگر، کمتر است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مدل‌های متعارف تحلیل پوششی داده‌ها برای سنجش و ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی، از دو رویکرد مجزا استفاده می‌کنند: کاهش اندازه ورودی‌ها بدون تغییر در اندازه خروجی‌ها (رویکرد ورودی - محور) و افزایش اندازه خروجی‌ها بدون تغییر در اندازه ورودی‌ها (رویکرد خروجی - محور). در این مقاله، رویکرد جدیدی از تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی ارائه گردید که هدف از آن، کاهش اندازه ورودی‌ها و همزمان با آن، افزایش اندازه خروجی‌ها است (رویکرد ورودی - خروجی محور). در این رویکرد، مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده از حجم تبدیل ورودی‌های چندگانه به خروجی‌های چندگانه (تفاضل ترکیب وزنی ورودی‌های هر واحد از ترکیب وزنی خروجی‌های آن واحد) صورت می‌پذیرد. این رویکرد، به‌طور ویژه، برای مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده که دارای ورودی‌ها و خروجی‌هایی با واحد اندازه‌گیری مشابه هستند، مفهومی بیشتری دارد. در این مقاله، رویکرد جدیدی برای حل مدل CCR ارائه گردید (رویکرد ورودی - خروجی محور) که محققین می‌توانند به گسترش جنبه‌های مختلف این رویکرد، همچون توسعه آن به سایر مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها و ارائه روشی مناسب‌تر در زمینه نحوه رتبه‌بندی واحدهای کارا، بپردازند.

منابع

1. Bowlin W.F., A.Charnes, W.W.Cooper, H.D.Sherman, (1985), "Data Envelopment Analysis and Regression Approaches to Efficiency Estimation and Evaluation", *Annal Operation Research*, 2,113-138.
2. .Charnes A., W.W.Cooper and T.Sueyoshi, (1986), "Least Square/Ridge Regression and Goal Programming/Constrained Regression Alternatives", *European Journal of Operational Research*, (27), 146-157.
3. Charnes A., W.W.Cooper, (1985), "Preface to Topics in Data Envelopment Analysis", *Annals of Operational Research*, (2).59-70.
4. Charnes A., W.W.Cooper and E.Rhodes, (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*, (2), 429-444.
5. Guo P. and H. Tanaka, (2001), "Fuzzy DEA: a Perceptual Evelaution Method", *Fuzzy Sets and Systems*, 119, 149-160.

6. Martin D.H., G.Kocher and M. Sutter, (2000), "Measuring Efficiency of German Football Teams by DEA", University of Innsbruck, Australia, 4-5.
7. Per Andersen, N. C.Peterson, (1993), "A Procedure for Ranking Efficient Unit in DEA", *Management Science*, Vol.39, (10), 1261-1294.
8. Sexton.T.R., Silkman, R.H., Hogan, A.J, (1986), "Data envelopment Analysis: Critique and Extension.In: Silkman, R.H. (ED), *Measuring Efficiency: An Assessment of Data envelopment Analysis.*" Jossey-Bass, San Francisco, CA, 73-105.
9. Thanassoulis.A,(1993), "A Comparison of Regression Analysis and Data Envelopment Analysis as Alternative Methods for Performance Assessment", *Journal of Operation Research Society*, 44, 1129-1144.