

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: سری زمانی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار - ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱-۲۵۰۲۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱. تغییرات دوره‌ای عبارت است از:

الف. تغییرات درازمدت در یک دوره زمانی خاص

ب. تغییرات کوتاه مدت در یک دوره زمانی خاص

ج. حرکات نوسانی در یک سری زمانی با دوره نوسان بیشتر از یک سال

د. الف و ب هر دو صحیح می‌باشند.

۲. در مورد محاسبه میانگینهای متحرک با مرتبه  $K$  در صورتی که  $K$  زوج باشد،

الف. مقادیر محاسبه شده میانگینهای متحرک بین دو مشاهده متوالی قرار نمی‌گیرند.

ب. مقادیر محاسبه شده میانگینهای متحرک دقیقاً در مقابل مشاهدات سری زمانی قرار نمی‌گیرند.

ج. مقادیر محاسبه شده میانگینهای متحرک در مقابل مشاهدات متناظر قرار می‌گیرند.

د.  $K$  مشاهده از دست می‌دهیم.

۳. سری زمانی ۲، ۷، ۳، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴ مفروض است. استفاده از روش صافی کردن (میانگین متحرک سری زمانی روی

سه مشاهده) سری حاصل از صافی کردن کدام است؟

الف. ۴، ۶، ۷، ۱۰، ۱۲، ۱۴ ب. ۲، ۴، ۶، ۷، ۱۰، ۱۲، ۱۴

ج. ۴، ۵، ۴، ۶، ۷، ۱۰، ۱۲، ۱۳ د. ۵، ۴، ۶، ۷، ۱۰، ۱۲، ۱۴

۴. سری زمانی زیر تعداد مسافران یک خط هوایی در ماههای مختلف را نشان می‌دهد. با استفاده از عملگر تفاضل‌گیری فصلی از مرتبه یک سری حاصل کدام است.

ماه سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳۸۲	۱۲	۱۸	۳۲	۲۹	۲۱	۳۵	۴۸	۴۸	۳۶	۱۹	۴	۱۸
۱۳۸۳	۱۵	۲۶	۴۱	۳۵	۲۵	۴۹						

الف. ۱۴، -۴، -۶، -۹، -۸، -۳

ب. ۳، ۸، ۹، ۶، ۴، ۱۴

ج. اطلاعات کافی نیست، حداقل به مشاهدات دو سال نیازمندیم

د. الف و ب هر دو صحیح است.

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: سری زمانی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار- ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱-۲۵۰۲۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۵. برای یک سری تصادفی داریم که:

الف. یک مقدار نسبتاً بزرگ  $r_1$  و مقادیر کوچکتر  $r_p$  و  $r_m$  که به سمت صفر میل می‌کنند.ب.  $r_k$  به طور تقریبی از توزیع  $N(0, \frac{1}{N})$  پیروی می‌کند.ج. به ازای مقادیر بزرگ  $N$  و تمام مقادیر  $k \neq 0$  داریم  $r_k = 0$ .

د. ب و ج هر دو صحیح است.

$$X_t = Z_t - 0.1Z_{t-1} + 0.12Z_{t-2}$$

الف. همواره واریانس پذیر و مانناست.

ج. واریانس پذیر ولی نامانناست.

$$X_t = 1.5X_{t-1} - 0.4X_{t-2} + Z_t$$

الف. همواره واریانس پذیر ولی مانناست.

ج. واریانس پذیر ولی نامانناست.

۸. اگر فرآیند  $X_t$  به صورت ترکیب خطی دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی ناهمبسته  $Z_t$  با میانگین صفر و واریانس یک به صورت زیر نوشته شود  $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$  در این صورت داریم:

$$V(X_t) = \sigma_Z^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2, \quad E(X_t) = 0 \quad \text{الف.}$$

$$V(X_t) = \sigma_Z^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2, \quad E(X_t) = \mu \quad \text{ب.}$$

$$V(X_t) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2, \quad E(X_t) = 0 \quad \text{ج.}$$

$$V(X_t) = \sigma_Z^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k}, \quad E(X_t) = 0 \quad \text{د.}$$

۹. با مراجعه به مساله ۸ داریم که تابع اتوکواریانسی فرآیند  $X_t$  عبارت است از:

$$\sigma_Z^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \quad \text{ب.}$$

$$\sigma_Z^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k} \quad \text{الف.}$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \quad \text{د.}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+k} \quad \text{ج.}$$

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: سری زمانی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار-ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱-۲۵۰۲۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱۰. برای یک فرایند  $AR(2)$  داریم:

الف.  $|\rho_1| < 1, |\rho_2| < 1, \rho_2 < 1 + \rho_1$

ب.  $|\rho_2| < 1, |\alpha_1 + \alpha_2| < 1$

ج.  $\rho_2 < 1 + \rho_1$

د.  $|\rho_1| < 1, |\rho_2| < 1, \rho_2 < 1 + \rho_1$

۱۱. تابع خودهمبستگی فرایندهای ..... و ..... یکسان عمل می کنند.

الف.  $AR(p)$  و  $ARMA(p, q)$  بعد از تأخیر  $q$ ب.  $MA(q)$  و  $ARMA(p, q)$  بعد از تأخیر  $p$ ج.  $AR(q)$  و  $MA(p)$ د.  $ARMA(p, q), AR(p)$  بعد از تأخیر  $p$ ۱۲. فرایند  $X_t = z_t + c(z_{t-1} + z_{t-2} + \dots)$  که  $c$  ثابت استالف. نظیر فرایند  $AR$  بوده و ماناستب. نظیر فرایند  $MA$  بوده و ناماناستج. نظیر فرایند  $AR$  بوده و ناماناستد. نظیر فرایند  $MA$  بوده و ماناست.۱۳. الگوی  $ARIMA(1, 2, 1)$  چگونه نوشته می شود.

الف.  $(1 - \phi_1 B)(1 - B^2)X_t = (1 - \theta_1 B)z_t$

ب.  $(1 - \phi_1 B)(1 - B)^2 Z_t = (1 - \theta_1 B)X_t$

ج.  $X_t = -X_{t-2} + 2x_{t-1} + \phi_1 X_{t-1} + \phi_1 X_{t-2} - 2\phi_1 X_{t-2} + Z_t - \theta_1 z_{t-1}$

د. ب و ج هر دو صحیح است

۱۴. تابع مولد فرایند  $AR(1)$  کدام است

الف.  $\Gamma(B) = \sigma_z^2 \frac{1}{(1 - \phi_1 B)} \frac{1}{(1 - \phi_1 B^{-1})}$

ب.  $\Gamma(B) = \sigma_z^2 (1 - \phi_1 B)^{-1} (1 - \phi_1 B^{-1})$

ج.  $\Gamma(B) = \sigma_z^2 (1 - \phi_1 B)^{-1} (1 - \phi_1 B)^{-1}$

د.  $\Gamma(B) = \sigma_z^2 \frac{1}{(1 + \phi_1 B)} \frac{1}{(1 + \phi_1 B^{-1})}$

۱۵. فرایند ..... متناهی مانا با فرایند ..... نامتناهی ..... است.

الف.  $AR, MA$  معادلب.  $AR, MA$  معادلج.  $AR, MA$  مساوید.  $AR, MA$  مساوی

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی: ۵

نام درس: سری زمانی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار- ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱-۲۵۰۲۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۹۰ نمره

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد کل صفحات: ۵

۱۶. اگر واریانس سری متناسب با سطح باشد یعنی  $V(x_t) = c\mu_t$  آنگاه

الف. یک تبدیل لگاریتمی سری، واریانس ثابتی می‌دهد.

ب. یک تبدیل ریشه دوم سری، واریانس ثابتی می‌دهد.

ج. یک تبدیل عکس سری، واریانس ثابتی می‌دهد.

د. یک تبدیل لگاریتمی از ریشه دوم سری، واریانس ثابتی می‌دهد.

۱۷. فرآیندی که در میانگین ..... است الزاماً در واریانس و اتوکواریانس ..... نیست

الف. مانا، نامانا ب. نامانا، نامانا ج. مانا، مانا د. نامانا، مانا

۱۸. هر فرآیند مانای  $A_t$  را می‌توان به صورت ترکیب خطی دو مؤلفه قطعی محض و تصادفی محض نوشت این نوع تجزیه را

.....

الف. تجزیه وینر گویند ب. تجزیه والد گویند ج. تجزیه طیفی گویند د. تجزیه در قلمرو فرکانس گویند

۱۹. رابطه بین دو تابع اتوکواریانس و چگالی طیف تا اندازه‌ای مشابه رابطه

الف. بین تابع چگالی احتمال و تابع توزیع احتمال است

ب. بین تابع چگالی احتمال و تابع مشخصه یک توزیع احتمال پیوسته است

ج. بین تابع توزیع احتمال و تابع توزیع تجمعی احتمال است

د. بین تابع مولد اتوکواریانس و تابع چگالی طیف نرمال شده است

۲۰. بین تابع طیف و تابع مولد اتوکواریانس کدامیک از روابط زیر برقرار است.

$$f(w) = \frac{1}{2\pi} \Gamma(e^{iw}) \quad \text{ب.}$$

$$f(w) = \frac{\sigma_z^2}{2\pi} \Gamma(e^{-iw}) \quad \text{الف.}$$

$$f(w) = \frac{\sigma_z^2}{2\pi} \Gamma(e^{+iw}) \quad \text{د.}$$

$$f(w) = \frac{1}{2\pi} \Gamma(e^{-iw}) \quad \text{ج.}$$

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ - تشریحی: ۵

نام درس: سری زمانی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار- ریاضی

کد درس: ۲۴۳۴۹۱-۲۵۰۲۰۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

[ استفاده از ماشین حساب مجاز است ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد ]

تعداد کل صفحات: ۵

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

### سوالات تشریحی

۱. فرآیند  $X_t = +0.75X_{t-1} - 0.5X_{t-2} + Z_t$  را در نظر بگیرید.

الف. در مورد مانایی و وارون پذیری فرآیند بحث کنید.

ب. تابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی فرآیند را بدست آورید.

ج. اگر  $\sigma_z^2 = 1$  باشد واریانس فرآیند را بدست آورید.

۲. ثابت کنید که تابع خودهمبستگی یک سری زمانی مانا نیمه معین مثبت است.

۳. تابع مولد اتوکواریانس یک فرآیند مانا به صورت زیر است:

$$\Gamma(B) = \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{1+B^{-2}}{B^{-1}} \right) + 1/5 \right] \sigma_z^2$$

الف. فرآیند مذکور را مشخص نمایید.

ب. پارامتر مربوط به فرآیند را حدس بزنید. آیا فرآیند مذکور وارون پذیر است.

۴. فرض کنید  $x_t = A \cos \pi t + B \cos \pi t$  برای  $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

به طوری که  $A$  و  $B$  متغیرهای تصادفی مستقل هر کدام با میانگین صفر و واریانس یک می باشند.

الف.  $E(X_t)$  و  $V(X_t)$  را بدست آورید.

ب. تابع اتوکواریانس و فرآیند  $X_t$  را بدست آورید.

ج. با توجه به موارد الف و ب در مورد مانایی فرآیند بحث کنید. آیا فرآیند  $X_t$  مانا می باشد؟ چرا؟

۵. ثابت کنید تابع چگالی طیفی فرآیند  $X_t = \alpha X_{t-1} + Z_t + \beta Z_{t-1}$  به صورت زیر است

$$f(w) = \frac{\sigma_z^2}{\pi} \left( \frac{1 + 2\beta \cos w + \beta^2}{1 - 2\alpha \cos w + \alpha^2} \right)$$

$$0 < w < \pi$$