

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۴

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی-گرایش: فیزیک (حالت جامد - هسته ای - اتمی و مولکولی)

کلاس درس: ۱۱۳۰۱۲

\* دانشجوی گرامی: لطفاً، گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

\*\* این آزمون نمره منفی ندارد.

\* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. اگر  $z = 4e^{(\frac{\pi}{6})i}$  باشد. همیوغ مختلط یعنی  $z^*$  برابر است با:

الف.  $z^* = 2\sqrt{3} + 2i$  ب.  $z^* = \sqrt{3} + i$  ج.  $z^* = 2\sqrt{3} - 2i$  د.  $z^* = \sqrt{3} - i$

۲. فرض کنید  $z = 1 + 3i$  باشد،  $\frac{1}{z}$  برابر است با:

الف.  $0.1 - 0.3i$  ب.  $0.1 + 3i$  ج.  $0.13 + 0.1i$  د.  $0.13 - 0.1i$

۳. مقدار  $\tan^{-1} z$  برابر است با:

الف.  $\frac{i}{2} \ln\left(\frac{i+z}{i-z}\right)$  ب.  $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$  ج.  $\ln(z + \sqrt{z^2 + 1})$  د.  $\ln(z + \sqrt{z^2 - 1})$

۴. تابع  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  تحلیلی است بنابراین:

الف. مشتق  $f(z)$  نسبت به  $z^*$  مثبت است. ب. مشتق  $f(z)$  نسبت به  $z^*$  منفی است.

ج. مشتق  $f(z)$  نسبت به  $z^*$  بی نهایت است. د.  $f^*(z^*)$  نیز تحلیلی است.

۵. کدام قضیه، وارون قضیه انتگرال کوشی است؟

الف. هلمهولتز ب. لوران ج. تیلور د. موره آ

۶. به ازاء هر عدد مختلط  $z_0$  ( $z_0 \neq 0$ ) معادله  $e^z = z_0$  چه جوابی دارد؟

الف. جواب ندارد. ب. بی نهایت جواب دارد. ج.  $z = z_0 + i\pi$  د.  $z = z_0 - i\pi$

۷. روش تندترین کاهش:

الف. حذف نقاط تکین است. ب. یکی از راههای تعیین رفتار مجانبی است.

ج. برای اثبات قضیه استوکس است. د. برای افزایش نقطه های شاخه است.

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۴

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی-گرایش: فیزیک (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

کلاس درس: ۱۱۳۰۱۲

۸. محل تکینگی‌های تابع  $\frac{z^p e^z}{1+e^{pz}}$  کدام است؟

الف.  $z = (k + \frac{1}{p})\pi i$     ب.  $z = (pk + \frac{1}{p})\pi i$     ج.  $z = pk\pi i$     د.  $z = (k+1)\pi i$

۹. فرض کنید  $f'(x)$  در  $x=0$  پیوسته است. بنابراین مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x) f(x) dx$  برابر است با:

الف.  $-f(0)$     ب.  $+f(0)$     ج.  $+f'(0)$     د.  $-f'(0)$

۱۰. جواب‌های معادله نوسانگر خطی عبارتند از:  $\varphi_1 = \sin \omega x$  و  $\varphi_2 = \cos \omega x$  بنابراین رونسکیی مربوطه کدام است؟

الف.  $\omega$     ب.  $-\omega$     ج.  $\omega^2$     د.  $-\omega^2$

۱۱. تکینگی منظم معادله فوق هندسی  $x(x-1)y'' + [(1+a+b)x-c]y' + aby = 0$  کدامند؟

الف.  $0$  و  $-1$  و  $1$     ب.  $-1$  و  $1$  و  $\infty$     ج.  $0$  و  $1$  و  $\infty$     د.  $0$  و  $-1$  و  $\infty$

۱۲. معادله دیفرانسیل هرمیت  $y'' - 2xy' + 2\alpha y = 0$  را می‌توان از طریق ضرب کردن در تابعی به صورت خود - الحاقی

در آورد. در اینصورت تابع وزنی کدام است؟

الف.  $e^{-x}$     ب.  $e^{+x}$     ج.  $e^{-x^2}$     د.  $e^{+x^2}$

۱۳. با فرض اینکه  $Lu = 0$  و  $gLu$  خود - الحاقی است. برای عملگر الحاقی  $\bar{L}$  مقدار  $\bar{L}(gu)$  برابر است با:

الف. صفر    ب.  $1$     ج.  $-1$     د.  $\infty$

۱۴. کدام گزینه از ویژگی‌های (روش رونژ - کوتا) نیست؟

الف. خطاهای کوچک در آن بزرگ نمی‌شوند.

ب. خطا در هر مرحله از مرتبه  $h^5$  است.

ج. این روش را می‌توان به مجموعه‌ای از معادلات مرتبه اول جفت شده تعمیم داد.

د. خطا در هر مرحله مقدارش مشخص است.

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۴

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی-گرایش: فیزیک (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۲

۱۵. نامساوی بسل  $\langle f | f \rangle = \int_a^b |f(x)|^2 w(x) dx \geq \sum_i |c_i|^2$  بر این امر دلالت می‌کند که:

الف.  $\varphi_i(x)$  ها فضای تابع را می‌تند یعنی کامل‌اند. ب.  $f(x)$  یک تابع مختلط موهومی است.

ج.  $\varphi_i(x)$  ها فضای تابع را نمی‌تند اما کامل‌اند. د.  $f(x)$  تابع نمایی و  $w(x)$  یک عدد مثبت است.

۱۶. اگر  $A$  یک عملگر غیرهرمیتی و  $L = i(A - A^\dagger)$  باشد، کدام گزینه درست است؟

الف.  $\langle L^2 \rangle \leq 0$  ب.  $\langle L^2 \rangle \geq 0$  ج.  $\langle L^2 \rangle = \frac{1}{2}$  د.  $\langle L^2 \rangle = -1$

۱۷. تابع  $f(t) = \begin{cases} \sin \omega t & 0 < \omega t < \pi \\ -\sin \omega t & -\pi < \omega t < 0 \end{cases}$  با سری فوریه بسط داده می‌شود، مقدار  $a_0$  چقدر است؟

الف.  $\frac{2}{\pi}$  ب.  $\frac{4}{\pi}$  ج.  $\frac{6}{\pi}$  د.  $\frac{8}{\pi}$

۱۸. اگر  $f = f(y, y_x)$  باشد  $x$  به طور صریح وارد نشده است) در اینصورت معادله اوایلر کدام خواهد بود؟

الف.  $\frac{d}{dx}(f + y_x \frac{\partial f}{\partial y_x}) = 0$  ب.  $f + y_x \frac{\partial f}{\partial y_x} = const$

ج.  $\frac{d}{dx}(f - y_x \frac{\partial f}{\partial y_x}) = 0$  د.  $\frac{d}{dx}(f - y_x \frac{\partial f}{\partial y_x}) = const$

۱۹. تابع  $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$  که در آن  $f(x)$  حقیقی و  $f(x) = f^*(x)$  است. چه قیدی روی ضرایب  $c_n$  وضع می‌شود؟

الف.  $c_n^* = c_{-n}$  ب.  $|c_n|^2 = \frac{1}{2}$

ج.  $c_n^* = -c_{-n}$  د.  $|c_n|^2 = e^2 + 1$

۲۰. در روش متعامدسازی گرام - اشمیت چگونه یک مجموعه متعامد با یک بازه اختیاری ساخته می‌شود؟

الف. از یک مجموعه متعامد توابع وابسته خطی ب. از یک مجموعه متعامد توابع مستقل خطی

ج. از یک مجموعه نامتعامد توابع وابسته خطی د. از یک مجموعه نامتعامد توابع مستقل خطی

تعداد سؤال: نسی: ۲۰ تکمیلی: — تشریحی: ۴

نام درس: ریاضی فیزیک (۲)

زمان آزمون (دقیقه): تستی و تکمیلی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی-گرایش: فیزیک (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

کد درس: ۱۱۱۳۰۱۲

## «سؤالات تشریحی»

\*\* بارم هر سؤال تشریحی ۱/۷۵ نمره.

$$۱. \text{ به کمک حساب مانده‌ها نشان دهید به ازاء } a > |b|, \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a - b \sin \theta} = \frac{2\pi}{(a^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}}$$

۲. یکی از جواب‌های معادله چیشف  $(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$  به ازاء  $(n = 0)$  عبارت است از  $y_1 = 1$  با استفاده از این جواب، جواب مستقل دیگر را بدست آورید.

۳. چند جمله‌ای‌های فراکروی  $C_n^\alpha(x)$  جوابهای معادله دیفرانسیل زیر به شمار می‌آیند:

$$\{(1 - x^2) \frac{d^2}{dx^2} - (2\alpha + 1) \frac{d}{dx} + n(n + 2\alpha)\} C_n^\alpha(x) = 0$$

الف. این معادله دیفرانسیل را به صورت خود الحاقی درآورید.

ب. نشان دهید که  $C_n^\alpha(x)$  های مربوط به مقادیر مختلف  $n$  متعامدند. بازه انتگرال‌گیری و عامل وزنی را مشخص کنید.

$$۴. \text{ سری فوریه موج دندان اردهای با تابع } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(\pi + x) & -\pi \leq x < 0 \\ +\frac{1}{2}(\pi + x) & 0 < x \leq \pi \end{cases} \text{ را به دست آورید.}$$