

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (کاربردی - محض)

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۸۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۷

تعداد کل صفحات: ۴

۱. نرم دسته توابع $\{\phi_n(x)\}$ که $\phi_n(x) = \sin nx$ که $0 \leq x \leq \pi$ کدام است؟

الف. $\sqrt{\pi}$ ب. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ج. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ د. $\frac{\pi}{2}$

۲. مقدار $\|f + g\|^2$ برابر کدام مقدار زیر است؟

الف. $\|f\|^2 + \|g\|^2$ ب. $\|f\|^2 - \|g\|^2$ ج. $\|f\|^2 + \|g\|^2 + 2\langle f, g \rangle$ د. $\|f\|^2 - \|g\|^2 + 2\langle f, g \rangle$

۳. اگر $P_n(x)$ چند جمله‌ای لژاندر باشد، آنگاه حاصل $P_n(1)$ کدام است؟

الف. ۱ ب. ۰ ج. x د. ۲

۴. اگر $n \neq m$ آنگاه حاصل $\int_{-1}^1 P_n(x)P_m(x)dx$ کدام است؟

الف. ۰ ب. ۱ ج. $\frac{2}{2n+1}$ د. $\frac{1}{2n+1}$

۵. مقدار $P_n(x)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ ب. $\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$ ج. $\frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$ د. $\frac{1}{8}(35x^4 + 30x^2 + 3)$

۶. صورت خودالحاقی معادله دیفرانسیل $(1-x^2)u'' - 2xu' + n(n+1)u = 0$ روی بازه $-1 < x < 1$ کدام است؟

الف. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)u] + n(n-1)\frac{du}{dx} = 0$

ب. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$

ج. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n-1)u = 0$

د. $\frac{d}{dx}[(1+x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$

۷. صورت خودالحاق معادله دیفرانسیل $xu'' + 2u' + xu = 0$ در بازه $0 < a \leq x \leq b$ کدام است؟

الف. $\frac{d}{dx}[x^2u'] + x^2u = 0$ ب. $\frac{d}{dx}[xu'] + x^2u = 0$

ج. $\frac{d}{dx}[x^2u'] + xu = 0$ د. $\frac{d}{dx}[xu'] + x^2u' = 0$

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (کاربردی - محض)

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۸۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۷

تعداد کل صفحات: ۴

۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $u'' = 0$ که $u(0) + u'(0) = 0$ و $0 \leq x \leq 1, u(0) = 0$ کدام است؟الف. $3(1-x^2)$ ب. $c(1+x^2)$ ج. $c(1+x)$ د. $c(1-x)$ ۹. تابع گرین مسأله با مقدار مرزی $\frac{d^2 u}{dx^2} = f(x)$ که $0 \leq x \leq 1, u(0) = u(1) = 0$ کدام است؟

الف. $\begin{cases} x(\varepsilon+1) & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ x(\varepsilon-1) & \varepsilon \leq x \leq 1 \end{cases}$ ب. $\begin{cases} x(\varepsilon-1) & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \varepsilon(x-1) & \varepsilon \leq x \leq 1 \end{cases}$

ج. $\begin{cases} x(\varepsilon-1) & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ \varepsilon(x+1) & \varepsilon \leq x \leq 1 \end{cases}$ د. $\begin{cases} x(\varepsilon+1) & 0 \leq x \leq \varepsilon \\ x(\varepsilon-1) & \varepsilon \leq x \leq 1 \end{cases}$

۱۰. جواب مسأله غیرهمگن $\frac{d^2 u}{dx^2} + \pi^2 u = 1$ و $u(0) = u(1) = 0$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{\pi^2} + c_1 \sin \pi x + c_2 \cos \pi x$ ب. $\frac{1}{\pi^2} + c_1 \sin \pi x$

ج. $\frac{-1}{\pi^2} + c_1 \sin \pi x + c_2 \cos \pi x$ د. جواب ندارد.

۱۱. همه مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاقی..... هستند.

الف. مختلط ب. غیر صحیح ج. گویا د. حقیقی

۱۲. ضریب فوریه سینوسی تابع $f(x)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2} \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$ ب. $\frac{1}{a} \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$

ج. $\frac{1}{a} \int_0^a \sin \frac{\pi x}{a} dx$ د. $\frac{1}{a} \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$

۱۳. مقدار همگرایی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi}{3}$ ب. π ج. $\frac{\pi}{4}$ د. $\frac{\pi}{2}$

۱۴. مقدار a_0 در سری فوریه کسینوسی تابع $f(x) = x^2$ که $-\pi \leq x \leq \pi$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi^2}{3}$ ب. $\frac{\pi}{3}$ ج. $\frac{\pi}{6}$ د. $\frac{\pi^2}{6}$

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (کاربردی - محض)

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۷

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۸۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۱۵. مقدار همگرایی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi^2}{n}$ ب. $\frac{\pi^2}{3}$ ج. $\frac{\pi^2}{12}$ د. $\frac{\pi^2}{6}$

۱۶. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $z_x + z = x$ کدام است؟ (f تابع دلخواه است.)

الف. $e^x f(y) - x - 1$ ب. $e^{-x} f(y) + x - 1$
ج. $e^{-x} f(y) - x + 1$ د. $e^{-x} f(y) + x + 1$

۱۷. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $2z_x - 3z_y = x$ کدام است؟

الف. $f(-3x + 2y) - \frac{1}{4}x^2$ ب. $f(3x - 2y) - \frac{1}{4}x^2$
ج. $f(-3x - 2y) + \frac{1}{4}x^2$ د. $f(3x + 2y) + \frac{1}{4}x^2$

۱۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 p - xyq + yz = 0$ کدام است؟

الف. $e^{2x} f(x, y)$ ب. $e^x f(x, y)$ ج. $e^x f(x, y)$ د. $e^{2x} f(x, y)$

۱۹. جواب معادله $xzp + yzq = -(x^2 + y^2)$ کدام است؟

الف. $F(\frac{y}{x}, x^2 - y^2 - z^2) = 0$ ب. $F(\frac{y}{x}, x^2 - y^2 + z^2) = 0$
ج. $F(\frac{y}{x}, x^2 + y^2 - z^2) = 0$ د. $F(\frac{y}{x}, x^2 + y^2 + z^2) = 0$

۲۰. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(z^2 + 2yz - y^2)p + (xy + xz)q = xy - xz$ کدام است؟

الف. $F(z^2 + y^2 + 2yz, x^2 + y^2 + z^2) = 0$
ب. $F(z^2 - y^2 + 2yz, x^2 + y^2 + z^2) = 0$
ج. $F(x^2 + y^2 + z^2, x^2 - y^2 + 2yz) = 0$
د. $F(z^2 + y^2 + 2yz, x^2 - y^2 + 2yz) = 0$

«سؤالات تشریحی»

۱. فرض کنید $\phi_n(x) = \sin nx$ که $0 \leq x \leq \pi$ نشان دهید که دنباله $\{\phi_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ بر $[0, \pi]$ متعامد ساده می باشد. همچنین نرم هر یک از توابع ϕ_n را پیدا کنید.

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی-گرایش: ریاضی (کاربردی - محض)

کد درس: ۱۱۱۱۰۴۷

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۸۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۴

۲. فرمول انتگرال کسینوسی فوریه را برای تابع زیر بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & x > \pi \end{cases}$$

۳. سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi < x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ را که در آن $f(x + 2\pi) = f(x)$ را بیابید.

۴. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(y-x)p + (y+x)q = \frac{x^2 + y^2}{z}$ را پیدا کنید.

۵. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3 \cos 2y$ را پیدا کنید.