

نام درس: آمار ریاضی ۱
رشته تحصیلی و گد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۷۰۳۲)
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

گد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. در تابع توزیع چگالی توأم دو متغیره $f_{X,Y}(x,y) = K(x+y)I_{(0,1)}(x).I_{(0,1)}(y)$ مقدار K کدام است؟

- الف. $\frac{1}{6}$ ب. ۱ ج. ۲ د. $\frac{2}{3}$

۲. اگر $F(x,y)$ تابع توزیع دو متغیر تصادفی باشد کدام گزینه صحیح است؟

- الف. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x,y) = 1$ ب. $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} F(x,y) = 1$

- ج. $\lim_{y \rightarrow +\infty} F(x,y) = 0$ د. $\lim_{x,y \rightarrow +\infty} F(x,y) = 0$

۳. فرض کنید $0 < x < y < \infty$ و $f(x,y) = e^{-y}$ در این صورت $E(X|Y)$ کدام است؟

- الف. y ب. $\frac{y}{2}$ ج. y^2 د. $\frac{y^2}{12}$

۴. اگر X_1 و X_2 نمونه تصادفی از $N(0,1)$ باشد توزیع $\frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_2 - X_1)^2}$ کدام است؟

- الف. $\chi^2(2)$ ب. $\chi^2(1)$ ج. $F_{1,1}$ د. $F_{2,2}$

۵. اگر Z_1 و Z_2 نمونه‌ای تصادفی به حجم ۲ از توزیع نرمال استاندارد و X_1 و X_2 نمونه تصادفی از توزیع $N(1,1)$ باشند و Z_i ها مستقل از X_i ها باشند توزیع $\bar{X} + \bar{Z}$ کدام است؟

- الف. $N(1, \frac{1}{2})$ ب. $N(1,1)$ ج. $\chi^2(2)$ د. $F(1,1)$

۶. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(0, \sigma^2)$ باشند در این صورت توزیع $U = \frac{X_i}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}}}$ کدام است؟

- الف. $\chi^2(n-2)$ ب. $\chi^2(n-1)$ ج. $t(n)$ د. $t(n-1)$

۷. $\log X$ دارای توزیع نرمال با میانگین ۳ و واریانس ۴ می‌باشد میانگین X کدام است؟

- الف. e^2 ب. e^3 ج. e^4 د. e^5

۸. فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال $f(x)$ و تابع توزیع $F(x)$ باشد مقدار $E[(1-F(x))^2]$ کدام است؟

- الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. ۱

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱
رشته تحصیلی و گد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۷۰۳۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

گد سری سؤال: یک (۱)

۹. اگر U متغیر تصادفی دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشد و $\begin{cases} X = \sin 2\pi U \\ Y = \cos 2\pi U \end{cases}$ باشند آنگاه $cov(X, Y)$ کدام است؟

الف. ۱ ب. ۰ ج. -۱ د. $\frac{1}{2}$

۱۰. فرض کنید $X_1, X_2, X_3 \sim N(0, 1)$ باشند در این صورت $Y_1 = X_1$ و $Y_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}$ و $Y_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ باشد تبدیل ژاکوبین کدام است؟

الف. $\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ ب. $\frac{X_1 + X_2}{2}$ ج. ۶ د. ۱

۱۱. فرض کنید $X \sim F_X(x)$ و X_1, X_2, \dots, X_n باشند آنگاه توزیع تجمعی $Y_1 = \min_{i=1}^n X_i$ کدام است؟

الف. $1 - [F_X(y)]^n$ ب. $[1 - F_X(y)]^n$ ج. $\prod_{i=1}^n [1 - F_{X_i}(y)]$ د. $1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_{X_i}(y)]$

۱۲. اگر X و Y دو متغیر تصادفی با میانگینهای متناهی باشند آنگاه کدام مورد زیر در رابطه زیر مناسب است؟

الف. \leq ب. \geq ج. $=$ د. $<$

۱۳. اگر X دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشد امید ریاضی $\frac{1}{X}$ کدام است؟

الف. ۱ ب. ۰ ج. -۱ د. وجود ندارد

۱۴. X_1 و X_2 و X_3 سه نمونه تصادفی از توزیع نمایی $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ $x > 0, \theta > 0$ باشند توزیع تجمعی کمترین مقدار سه مشاهده کدام است؟

الف. $1 - (1 - e^{-\theta x})^3$ ب. $1 - e^{-3\theta x}$ ج. $[1 - e^{-\theta x}]^3$ د. $e^{-3\theta x}$

۱۵. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ باشند در این صورت توزیع $U = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ کدام است؟

الف. $t(1)$ ب. کی دو با n درجه آزادی
ج. $t(n)$ د. کی دو با $(n-1)$ درجه آزادی

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی ۱
رشته تحصیلی و گد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۳۲)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

گد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع کوشی $C(\mu, \sigma)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\pi \sigma \left\{ 1 + \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\}}; x \in \mathbb{R}$$

در مورد توزیع میانگین نمونه ای \bar{X} کدام گزینه صحیح است؟

الف. \bar{X} دارای توزیع $C(\mu, \sigma)$ است. ب. \bar{X} دارای توزیع $C(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ است.

ج. \bar{X} دارای توزیع $C(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ است. د. توزیع \bar{X} وجود ندارد.

۱۷. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع $F_{m, 6}$ باشد آنگاه $E(X)$ کدام است؟

الف. $\frac{3}{2}$ ب. $\frac{m-2}{m}$ ج. $\frac{2}{3}$ د. $\frac{m}{m-2}$

۱۸. اگر $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & 0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ باشد آنگاه توزیع چگالی احتمال $-2 \ln X_1 - X_2$ کدام است؟

الف. نرمال استاندارد ب. کی دو ج. کوشی د. توزیع t استیودنت

۱۹. فرض کنید $X_1, X_2 \sim N(0, 1)$ iid توزیع متغیر تصادفی $Y = X_1^2 + X_2^2$ کدام است؟

الف. $N(0, 2)$ ب. $\chi^2(2)$ ج. $F(1, 2)$ د. $t(2)$

۲۰. برای X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیعی که گشتاور مرتبه سوم آن متناهی است مقدار $cov(\bar{X}, S^2)$ کدام است؟

الف. صفر ب. μ_3^2 ج. $\frac{\mu_3^2}{n}$ د. $\frac{\mu_3}{n}$

نام درس: آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی و کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۳۲)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

سؤالات تشریحی

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ & x < y < x+1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad \text{۱. فرض کنید}$$

مطلوب است $E(X|Y)$ و $var(X|Y)$. (۱/۵ نمره)

۲. اگر (X, Y) توزیع نرمال دو متغیره داشته باشند، ثابت کنید شرط لازم و کافی برای اینکه مستقل از هم باشند آن است که $\rho = 0$. (۲ نمره)

$$T = \frac{X}{Y} \quad \text{۳. فرض کنید } X, Y \sim N(0,1) \text{ iid} \text{ مطلوب است تعیین توزیع } T \text{ (۱/۵ نمره)}$$

۴. فرض کنید N متغیر تصادفی دارای توزیع هندسی با پارامتر p و X_i دارای توزیع نمایی با پارامتر λ است. N و X_i ها از هم مستقلند تعریف می‌کنیم $S_N = \sum_{i=1}^N X_i$ توزیع S_N را تعیین کنید. امید ریاضی و واریانس S_N را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

۵. فرض کنید U_1 و U_2 نمونه تصادفی به حجم ۲ از توزیع یکنواخت بر بازه $(0,1)$ و Y_1 و Y_2 آماره‌های ترتیبی متناظر باشند. (۱/۵ نمره)

الف. برای $0 < y_2 < 1$ چگالی شرطی Y_1 به شرط Y_2 را بیابید.

ب. توزیع $Y_2 - Y_1$ را مشخص کنید.